



TITLE:

Studies on block coordinate gradient
methods for nonlinear optimization
problems with separable structure(
Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Hua, Xiaoqin

CITATION:

Hua, Xiaoqin. Studies on block coordinate gradient methods for nonlinear optimization problems with separable structure. 京都大学, 2015, 博士(情報学)

ISSUE DATE:

2015-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k19123>

RIGHT:

(続紙 1)

京都大学	博士（情報学）	氏名	花 小琴
論文題目	Studies on block coordinate gradient methods for nonlinear optimization problems with separable structure		
<p>（論文内容の要旨）</p> <p>L1正則化項や上下限制約などの分離可能な構造をもつ数理最適化問題は、機械学習や圧縮センシングなどへの応用をもつ、重要な非線形最適化問題である。一方、ブロック座標近接勾配法は、ガウスザイデル法を一般化した古典的な反復法であり、各反復で一部の変数のみを更新するため、大規模な問題に適している。近年では、機械学習などで使える手法として再び注目を集めている。しかしながら、その収束性に関しては、まだ不明な点が多く、現在も、活発に研究が進められている。</p> <p>本論文は、分離可能な構造をもつ数理最適化問題に対して、一般化されたブロック座標近接勾配法を提案するとともに、その理論的性質、特に一次収束性と反復回数の上限の見積もりを与えたものであり、全7章から成っている。</p> <p>第1章は序論であり、分離可能な構造をもつ数理最適化問題やブロック座標勾配法に関する既存の研究成果および論文全体の構成を概説している。第2章では、本論文で用いる数学的事項、特に凸性、リプシッツ連続性、最適性とそれらに付随する性質を紹介している。さらに、座標勾配法の既存の枠組みを概説している。</p> <p>第3章と第4章では、新しいブロック座標近接勾配法を提案し、その1次収束性を調べている。特に、第3章ではL1正則化項と上下限制約がある問題を考え、近接オペレータの具体的な計算方法を与えている。また、第4章では、Bregman関数を導入することによって一般化されたブロック座標近接勾配法を提案している。これは、古典的な座標降下法や、部分問題を近似的に解くブロック座標近接勾配法を包含する手法である。その一般化した手法が局所的エラーバウンド条件のもとで1次収束することを証明している。さらに、その結果を利用して、L1正則化項など微分不可能な項を含む問題に対して、古典的な座標降下法が1次収束することを明らかにしている。この結果はこれまでに知られていないものである。さらに、各反復で部分問題を正確に解かなくても1次収束を保証する新しい近似基準を与えている。</p> <p>第5章では、凸な問題に対して、ブロック座標近接勾配法の大域的な反復回数の上界の見積もりを与えている。従来の解析では、その見積もりがブロック（決定変数の分割）の数に比例していた。これがブロック数の平方根になるという、より厳しい上界をもつことを証明している。また、特別な問題に対しては、上界がブロック数に依存しないことも示している。</p> <p>第6章では、第5章の結果をオンライン最適化に拡張したものである。オンライン最適化は逐次的に目的関数の情報が得られる状況下での最適化手法である。オンライン最適化に対して、ブロック座標近接勾配法を適用し、そのリグレット限界の解析を与えている。</p> <p>第7章は結論であり、本論文のまとめと今後の課題を述べている。</p>			

注) 論文内容の要旨と論文審査の結果の要旨は1頁を38字×36行で作成し、合わせ

て、3,000字を標準とすること。

論文内容の要旨を英語で記入する場合は、400～1,100 wordsで作成し
審査結果の要旨は日本語500～2,000字程度で作成すること。

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、機械学習や圧縮センシングなどに現れる、大規模で分離可能な構造をもつ数理最適化問題に対して、いくつかのブロック座標近接勾配法を提案し、それらの手法の妥当性を理論的解析により明らかにしたものであり、得られた主な結果は以下のとおりである。

1. 分離可能な構造をもつ数理最適化問題に対して、Bregman関数を導入して一般化したブロック座標近接勾配法を提案した。この手法は古典的な座標降下法や部分問題を近似的に解くブロック座標近接勾配法を特別な場合として含んでいる。
2. 1. で一般化した手法が、局所的エラーバウンド条件のもとで、最適解が局所的に唯一でなくても、1次収束することを証明した。さらに、この結果を利用して、L1正則化項など微分不可能な目的関数をもつ問題に対して、座標降下法が1次収束することを明らかにした。さらに部分問題を近似的に解くブロック座標近接勾配法に対して、1次収束を保証する新しい近似基準を与えた。
3. 凸な問題に対して、ブロック座標近接勾配法の大域的な反復回数の上界の見積もりを与えている。目的関数のリプシッツ連続性を利用した従来の解析では、その見積もりはブロック(決定変数の分割)の数に比例していた。より厳密な解析を与えるために、ブロック座標近接勾配法の特徴を考慮したブロック三角リプシッツ連続性という概念を導入し、その概念を巧みに利用することによって、その見積もりがブロック数の平方根に比例することを証明した。また、特別な問題に対しては、上界がブロック数に依存しないことも示している。
4. 3. の結果をオンライン最適化に拡張している。オンライン最適化は逐次的に目的関数の情報が得られる状況下での最適化手法である。オンライン最適化に対して、ブロック座標近接勾配法を適用し、そのリグレット限界の解析を与えている。特にそのリグレット限界がオンライン勾配法(確率勾配法)のその一般化になっていることを示している。

以上のように、本論文では、分離可能な構造をもつ数理最適化問題に対して、いくつかのブロック座標近接勾配法を提案するとともに、それらの理論的性質、特に計算量と1次収束するための条件を解明しており、得られた成果は学術上および応用上極めて優れている。よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成27年2月18日に実施した論文内容とそれに関連する内容についての試問の結果合格と認めた。

注) 論文審査の結果の要旨の結句には、学位論文の審査についての認定を明記すること。更に、試問の結果の要旨(例えば「平成 年 月 日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。」)を付け加えること。

Webでの即日公開を希望しない場合は、以下に公開可能とする日付を記入すること。
要旨公開可能日： 年 月 日以降